

المحاضرة الثانيةملاحظة :

١- المتسلسلة التوافقية $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ متباعدة بالرغم من ان $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

٢- المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ متقاربة لكل $p > 1$ ومتباعدة لكل $p \leq 1$.

فالمسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ متقاربة لان $p = 3 > 1$

والمسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1/4}}$ متباعدة لان $p = \frac{1}{4} < 1$

المتسلسلة الهندسية :

المتسلسلة التي بالصيغة $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n$ تُسمى بالمتسلسلة الهندسية

ان مجموع المتسلسلة الهندسية هو

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

ملاحظة :

1. If $|r| < 1$ then $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1 - r}$

2. If $|r| \geq 1$ then $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$

ان مجموع المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5^n}$ حيث $(r = \frac{1}{5} < 1)$ هو

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1-r} = \frac{2/5}{1-\frac{1}{5}} = \frac{2/5}{4/5} = \frac{1}{2}$$

تمارين

بيّن ايّ المتسلسلات التالية متقاربة وايّ منها متباعدة ؟

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3^n}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{10^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-2n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+2)(n+4)}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n}$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$